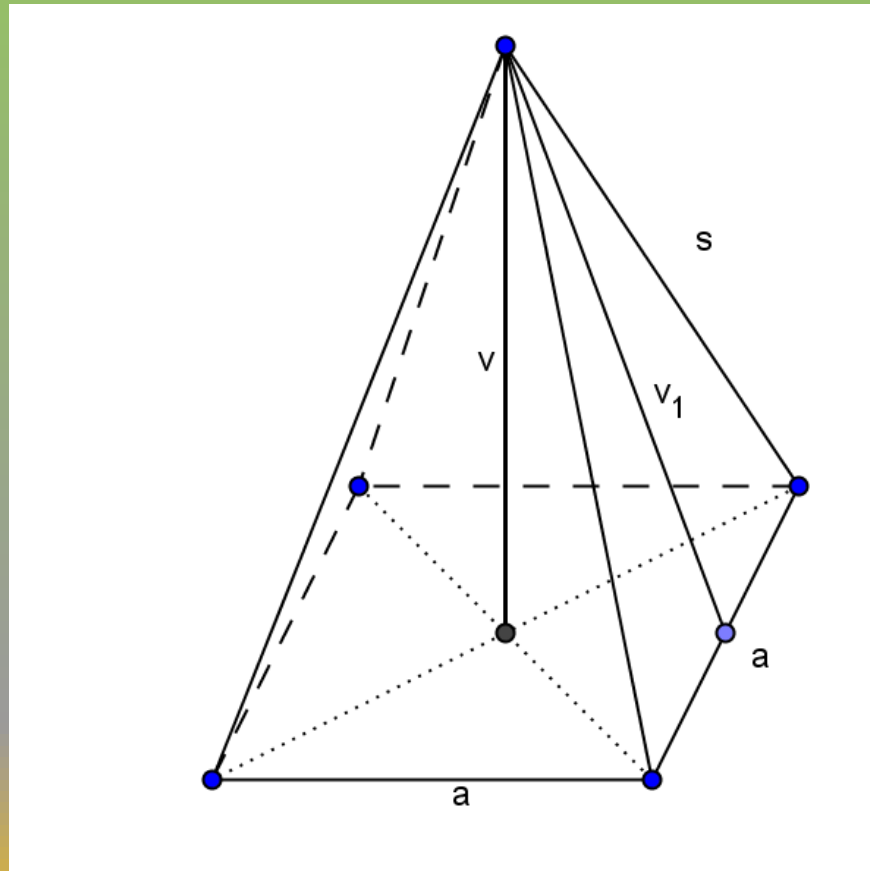


POVRŠINA IN PROSTORNINA PIRAMIDE

9. razred

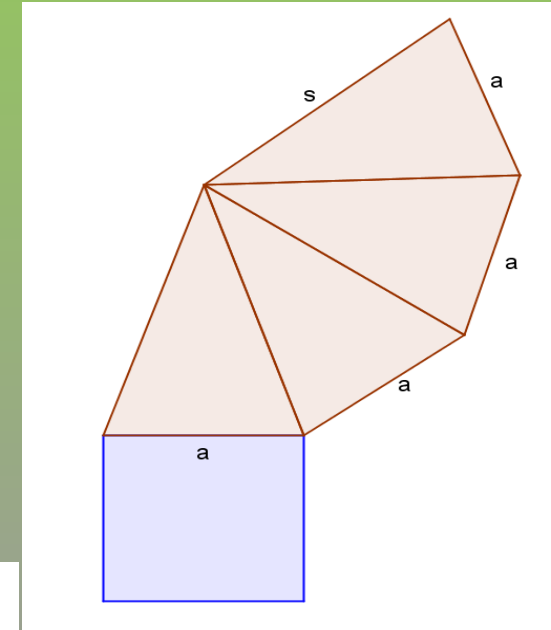
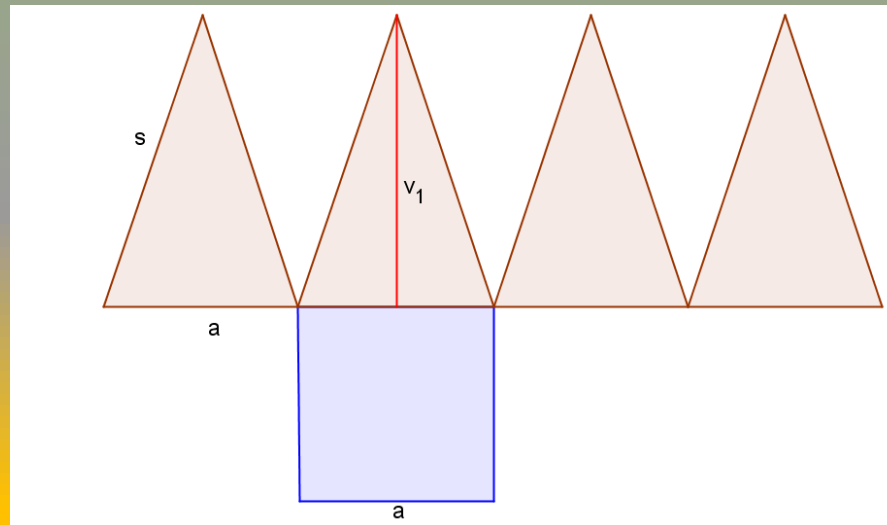
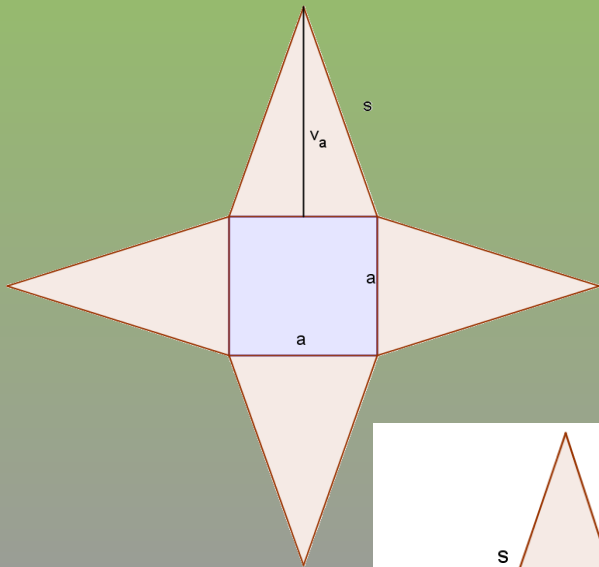
V zvezek oblikuj zapis o površini in prostornini piramide. Nariši ustrezne skice, zapiši enačbe.

NAJPREJ SI BOMO POVRŠINO PIRAMIDE POGLEDALI NA PRIMERU PRAVILNE 4-STRANE PIRAMIDE



NARIŠI MREŽO. MOŽNIH JE VEČ NAČINOV

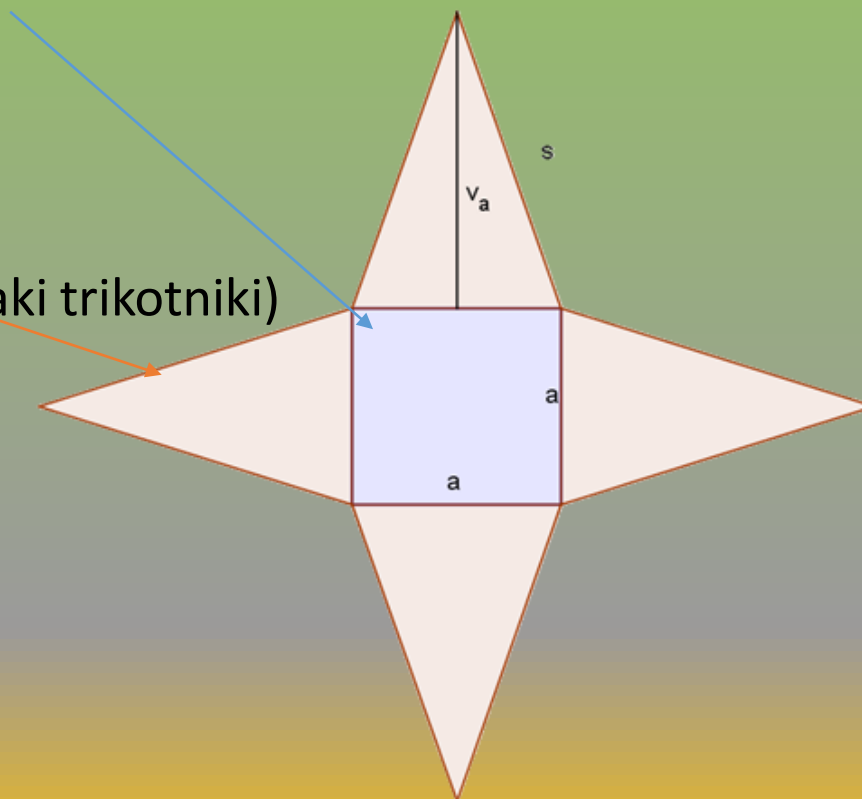
Nariši **eno** od spodnjih mrež s podatki: $a = 3\text{ cm}$, $s = 5\text{ cm}$



MREŽA PIRAMIDE

OSNOVNA PLOSKEV (O)

PLAŠČ (p)
(sestavljajo ga enakokraki trikotniki)



POVRŠINA PRAVILNE ŠTIRISTRANE PIRAMIDE

Piramido sestavljata osnovna ploskev in plašč, ki ga sestavljajo enakokraki trikotniki.

Splošno površino piramide izračunam po enačbi: **$P = O + pl$**

Poglejmo si sedaj primer **pravilne 4-strane piramide**:

Osnovna ploskev je kvadrat, zato ploščino osnovne ploskve izračunam po enačbi:

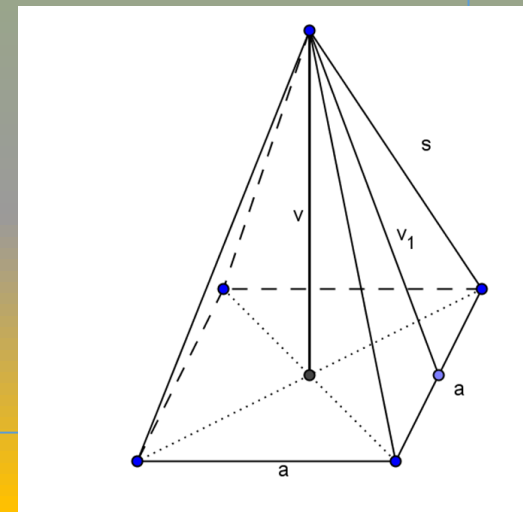
$$O = a^2$$

Ploščino plašča izračunam tako, da ploščino enega enakokrakega trikotnika množim s 4. **PAZI: Višina 1 je višina stranske ploskve in to uporabiš pri računanju plašča.**

$$pl = 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$

Sedaj vse skupaj vstavim v začetno enačbo:

$$\begin{aligned} P &= O + pl \\ P &= a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{a^2 + 2av_1} \end{aligned}$$

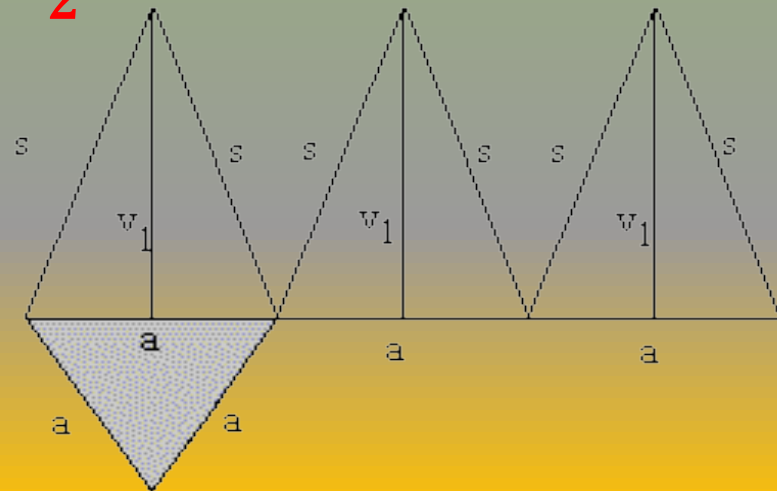


POGLEJMO SI ŠE PRIMER PRAVILNE 3-STRANE PIRAMIDE

- Mreža je sestavljena iz enakostraničnega trikotnika (O) in treh enakokrakih trikotnikov (pl).
- Izračun površine:

$$P = O + pl$$

$$P = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$



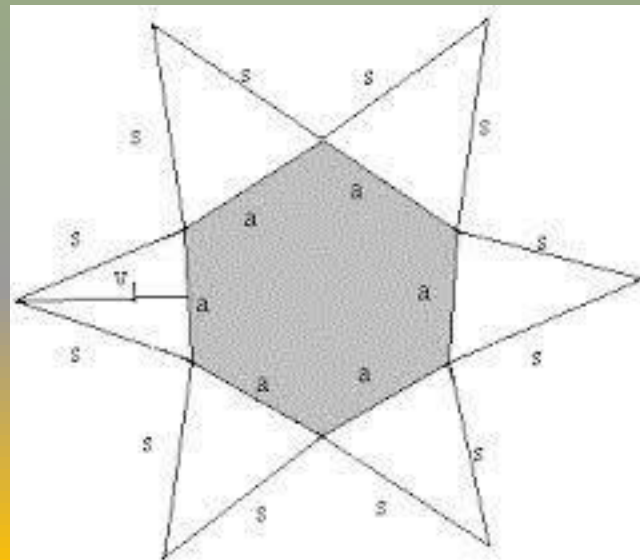
POVRŠINA PRAVILNE 6-STRANE PIRAMIDE

- Mrežo sestavlja pravilni šestkotnik (O) in šest enakokrakih trikotnikov (pl).
- Izračun površine:

$$P = O + pl$$
$$P = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$

Okrajšam:

$$P = 3 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{2} + 3 \cdot a \cdot v_1$$



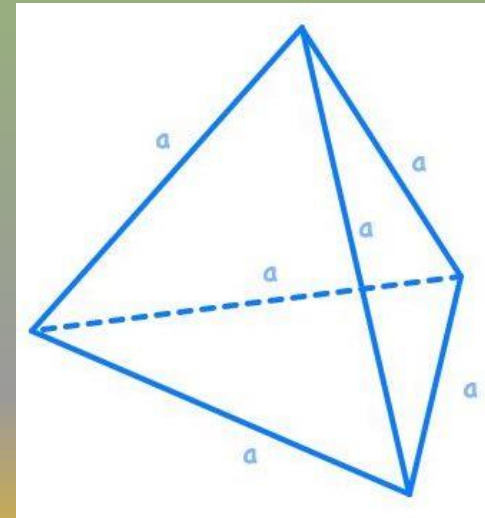
TETRAEDER

- Je enakoroba tristrana piramida. Piramido sestavljajo štiri enakostranični trikotniki, zato površino izračunam po enačbi:

$$P = 4 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Krajšam:

$$P = a^2 \cdot \sqrt{3}$$



SKUPAJ REŠIMO DVA PRIMERA

1. PRIMER

Izračunaj površino pravilne 3-strane piramide z osnovnim robom 3 cm in stransko višino 5 cm.

PODATKI:

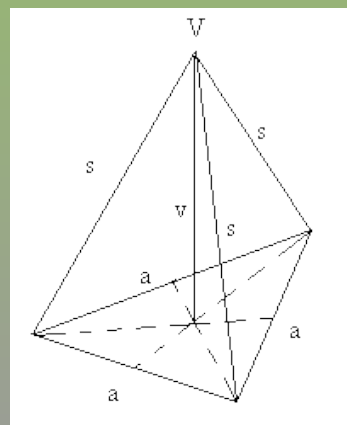
$$a = 3 \text{ cm}$$

$$v_1 = 5 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

IZRAČUN:

SKICA:



$$P = O + pl$$
$$P = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$
$$P = \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{3 \cdot 5}{2} = 2,25\sqrt{3} + 22,5 \approx 26,4 \text{ cm}^2$$

2. PRIMER

Osnovna ploskev kvadratne piramide meri 36 cm^2 . Piramida je visoka 4 cm. Izračuna površino piramide.

PODATKI:

Kvadratna piramida = pravilna 4-strana piramida

$$O = 36 \text{ cm}^2$$

$$v = 4 \text{ cm.}$$

$$P = ?$$

IZRAČUN:

Iz osnovne ploskve najprej izračunam dolžino osnovne

$$O = a^2$$

$$a = \sqrt{O}$$

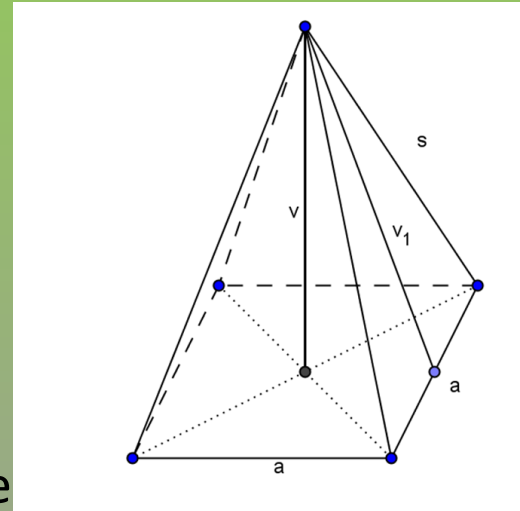
$$a = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

Zapišem Pitagorov izrek in izračunam dolžino stranske višine (v_1).

$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

SKICA:



Izračunam še površino piramide:

$$P = O + pl$$

$$P = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$

$$P = a^2 + 2 \cdot a \cdot v_1$$

$$P = 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 5$$

$$P = 36 + 60 = 96 \text{ cm}^2$$

PROSTORNINA PIRAMIDE

- Najprej si pogledaj film na spodnji povezavi. Če bi bili v šoli, bi poskus izvedli v razredu, tako pa se moramo zadovoljiti z e prikazom.
- <https://www.youtube.com/watch?v=Qh9ela1zQL4>

PROSTORNINA PIRAMIDE

- Na filmu si videl, da je prostornina piramide trikrat manjša od prostornine prizme z enako osnovno ploskvijo in višino.
- Prostornino prizme izračunamo po enačbi $V = O \cdot v$.
- Prostornina piramide je trikrat manjša, zato prostornino prizme delimo s 3:

$$V = \frac{O \cdot v}{3}$$

IZPELJAVA ENAČB ZA PRAVILNE PIRAMIDE

Pravilna 4-strana piramida

$$V = \frac{O \cdot v}{3}$$
$$V = \frac{a^2 \cdot v}{3}$$

Pravilna 3-strana piramida

$$V = \frac{O \cdot v}{3}$$
$$V = \frac{\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v}{3} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot v}{12}$$

Pravilna 6-strana piramida

$$V = \frac{O \cdot v}{3}$$
$$V = \frac{\frac{6 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v}{3} = 2a^2\sqrt{3} \cdot v$$

SKUPAJ REŠIMO PRIMERA

1. PRIMER

- Kolikšna je prostornina pravilne 6-strane piramide z osnovnim robom 3 cm in višino 5 cm?

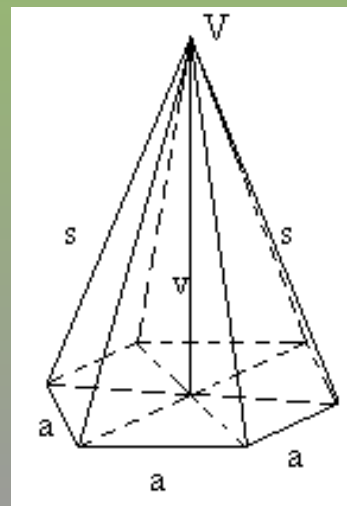
PODATKI:

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

$$V = ?$$

SKICA:



IZRAČUN:

$$V = 2a^2\sqrt{3} \cdot v$$

$$V = 2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 = 90\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

2. PRIMER

Izračunaj površino in prostornino pravilne 4-strane piramide z osnovnim robom 33 cm in višino 28 cm.

- Rešitev in razlago najdeš na povezavi

<https://www.youtube.com/watch?v=Qba3AA9qYWQ>

3. PRIMER

Osnovna ploskev pravilne štiristrane piramide meri 25cm^2 , plašč pa 60cm^2 .
Koliko meri prostornina piramide?

PODATKI:

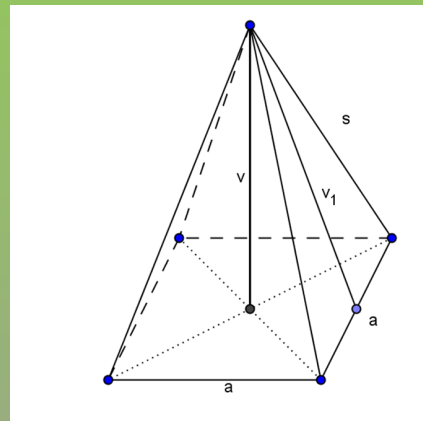
$$O = 25\text{cm}^2$$

$$pl = 60\text{cm}^2$$

$$V = ?$$

IZRAČUN:

SKICA:



Najprej iz osnovne ploskve izračunam dolžino osnovnega robu.

$$O = a^2$$

$$a = \sqrt{O}$$

$$a = \sqrt{25} = 5\text{cm}$$

Iz ploščine plašča izračunam dolžino stranske višine v_1 .

$$pl = 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2} = 2 \cdot a \cdot v_1$$

$$60 = 2 \cdot 5 \cdot v_1$$

$$60 = 10 \cdot v_1$$

$$v_1 = 60 : 10 = 6\text{cm}$$

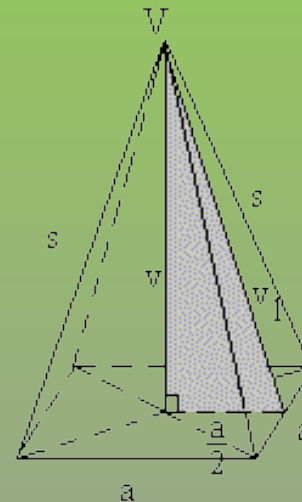
Za izračun prostornine, potrebujem še višino piramide. Zato zapišem Pitagorov izrek. Pomagam si s skico.

$$v^2 = v_1^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v = \sqrt{6^2 - 2,5^2}$$

$$v = \sqrt{36 - 6,25} = \sqrt{29,75}$$

$$v \approx 5,5 \text{ cm}$$



Sedaj izračunam še prostornino.

$$V = \frac{O \cdot v}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot v}{3}$$

$$V = \frac{5^2 \cdot 5,5}{3} \approx 45,8 \text{ cm}^3$$

Enačb se ne uči na pamet, vedno
jih lahko izpelješ.

Sedaj pa nadaljuj z vajami v
učbeniku.